“算图书”与新商业

到中世纪晚期，日益频繁的国际贸易活动与错综复杂的货币体系迫使欧洲商人掌握新的数学工具。

文 | 学院胡同观察

12 世纪的欧洲，充满着朝气与活力。商人频繁往来于海陆港口，贸易正在改变政治经济面貌。尽管教会对放贷收息的禁令依旧不肯松口，但为投资者支付利息，以补偿风险成本，私下里已经成为商业刚需。

意大利人斐波那契的《计算之书》（Liber Abaci 或 Book of the Abacus）于 1202 年问世。他和其他商人将阿拉伯数字介绍到了欧洲，彻底改变了商业与金融的逻辑。那时的欧洲还没有印刷术，但《计算之书》仍以手写稿的形式广为流传，

其实用性与对商业场景的生动再现，令贵族们纷纷感慨于阿拉伯人的生意经。当时，传统欧洲的数学计算主要是用罗马数字，碰上个位数以上的运算，这套系统就陷入困境。而《计算之书》使用阿拉伯数字，甚至能进行小数、平方根、比例、整数和分数的运算，使得一些复杂的商事合作成为可能。

比如，书中举例，某人要建豪宅，雇了一个工匠，约定每月月底付工钱 7 硬币。这个工匠很穷，恳求主人先付他 10 硬币以应所需。主人同意了，但提出了附带条件，即对这 10 硬币收取 2 个硬币的预支费用。10 硬币加上 2 硬币，在月底扣除工钱，即减去 7 硬币，余下 5 硬币。这 5 个硬币继续计以 1 硬币的预支费用。问，这个工匠工作了两个月后，主人还要支付给工匠多少钱？很显然，资金的时间成本——即利息的计算问题，被摆到了桌面上。

据说，《计算之书》最令权贵们认可的，是其将利率问题转化为了行商收益问题。

在中世纪，欧洲商人已经脱离地方性商业贸易，开始远距离贸易或者说是“跨国”贸易。商人走得越远越是有利可图，除了冬天，中世纪的商人终年在旅途之中。12 世纪的英国文献还生动地称他们为“灰尘脚板”。《计算之书》巧妙地将旅程远近等同于资金的时间成本：某人带着钱行商，所获收益使他的本金翻了一番。而假如他去更远的城市，本金则会翻两番。于是便有了这样的题目：“某人去卢卡行商，本金翻了一番，并花掉了 12 个硬币。之后他从卢卡去佛罗伦萨；在那里，他的钱也翻了一番，也花掉了 12 硬币。然后回到比萨，又把钱翻了一番，并且又花掉了 12 硬币，结果分文不剩。求他一开始有多少钱？”

要行商，就要借钱或者寻找投资者。无论银行还是富绅都会问，你去多远，几时返回，回报如何？用斐波那契自己的话说：“因为分红由本金和每年的利息计算而来，因此这个问题可以转化成旅行问题进行解答。”

书中举例，某人在银行存入 100 镑，每镑每月利息是 4 第纳尔，每年取回 30 镑；他就必须计算每年减少 30 镑本金以及 100 镑产生的利息，求他的钱在银行能存多少年、多少月、多少天和多少小时？换句话说就是利用旅行问题的计算技巧来解答银行利息问题。如果熟练地掌握了旅程问题，很容易就可以构造出这个问题的旅行模型。通过本金（一开始挣的钱）、支出（每期花的钱）、时间（旅程路途）、余款算出“每段旅程能挣多少钱”，也就是利息。

在旧贵族们对单利和复利还没什么概念时，斐波那契就揭示了复利的惊人之处。据说，在神圣罗马帝国弗雷德里克二世宫中，斐波那契阐述了著名的“兔子问题”，以说明资本逐利增值的能力。某人有一对兔子，关在一个地方，有人想知道：如果这对兔子第一个月产出一对兔子，而产出的一对兔子在第二个月也怀孕，它们一年可以繁衍出多少对兔子？上述一对在第一个月生了一对，把它加倍，在第一月得到 2 对；它们中的第一对，在第二个月又生了一对，于是在第二个月共有 3 对……如此下去，到第十二个月就有 377 对。这是第一对兔子经过一年的繁衍，所达到的兔子的总数。

“兔子问题”的这个结论令在场的所有人目瞪口呆，弗雷德里克二世立马成了这位数学家的资助人。这为欧洲带来了一场数学革命，也使得人们一瞥资本和利息到底有多么强大的“繁殖”能力。之后，《计算之书》成了中世纪学校的必修课。

这套阿拉伯数学体系不但征服了旧贵族，更成为贵族子弟的谋生本领。到中世纪晚期，日益频繁的国际贸易活动与错综复杂的货币体系也迫使欧洲商人掌握更多的数学知识，或者说掌握新的数学工具为商业贸易服务。

受各种主客观条件的限制，商人很难自己学会那些新方法，专门教授新数学的学校便应运而生。意大利算术学家在这些新学校中编写关于如何使用阿拉伯数字系统及其计算方法解决实际问题的课本，并用新的算法教育着整个意大利中产阶级的年轻一代。这些课本被称为“算图书”(trattati 或者 librid abbaco)。最早的算图书出现在 13 世纪初，以斐波那契的《计算之书》为典型代表。各类“再版教材”到了 15 世纪大量涌现，并很快遍布欧洲各国，使得新的数学方法在整个欧洲流行起来，大大激励了一群果断勇敢的开拓者，他们中出现了不少首批投资于大航海的银行家——也许只有一本万利的海上冒险，才能满足金融资本的胃口。可以说，学会了计算的金融家们对于利率的追求，间接撬动了那个时代的齿轮，并诱发了地理大发现与商业革命。当然，那就是另一个故事了。